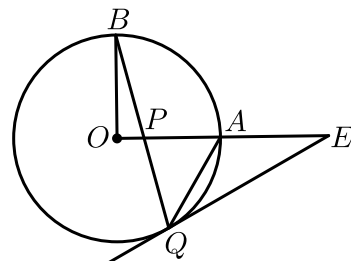


第1讲圆综合之角度专项训练（练习）

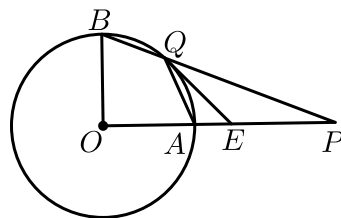
一、已知角度求角度

1. 已知 OA, OB 是 $\odot O$ 的半径, 且 $OA \perp OB$, 垂足为 O , P 是射线 OA 上的一点(点 A 除外), 直线 BP 交 $\odot O$ 于点 Q , 过 Q 作 $\odot O$ 的切线交射线 OA 于点 E .

(1) 如图, 点 P 在线段 OA 上, 若 $\angle OBQ = 15^\circ$, 求 $\angle AQE$ 的大小.



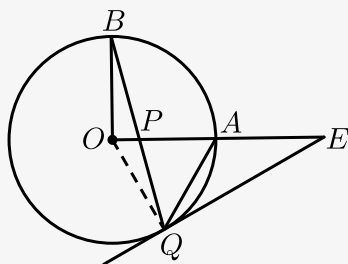
(2) 如图, 点 P 在 OA 的延长线上, 若 $\angle OBQ = 65^\circ$, 求 $\angle AQE$ 的大小.



【答案】 (1) 30° .

(2) 20° .

【解析】 (1) 如图中, 连接 OQ .



$\because EQ$ 是切线,

$\therefore OQ \perp EQ$,

$\therefore \angle OQE = 90^\circ$,

$\because OA \perp OB$,

$\therefore \angle AOB = 90^\circ$,

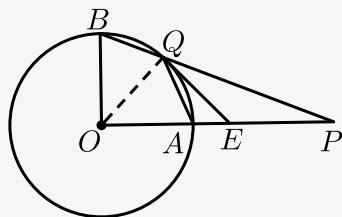
$\therefore \angle AQB = \frac{1}{2} \angle AOB = 45^\circ$,

$\because OB = OQ$,

$$\therefore \angle OBQ = \angle OQB = 15^\circ ,$$

$$\therefore \angle AQE = 90^\circ - 15^\circ - 45^\circ = 30^\circ .$$

(2) 如图中, 连接 OQ .



$$\because OB = OQ ,$$

$$\therefore \angle B = \angle OQB = 65^\circ ,$$

$$\therefore \angle BOQ = 50^\circ ,$$

$$\because \angle AOB = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle AOQ = 40^\circ ,$$

$$\because OQ = OA ,$$

$$\therefore \angle OQA = \angle OAQ = 70^\circ ,$$

$$\because EQ \text{ 是切线 } ,$$

$$\therefore \angle OQE = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle AQE = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ .$$

【标注】【思想】数形结合思想

【能力】运算能力

【知识点】切线的性质定理

【知识点】角的和差的计算与证明-不需要分类讨论

2. 在 $\odot O$ 中, AB 为直径, C 为 $\odot O$ 上一点 .

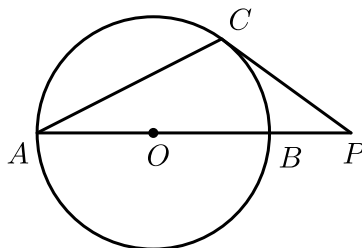


图 1

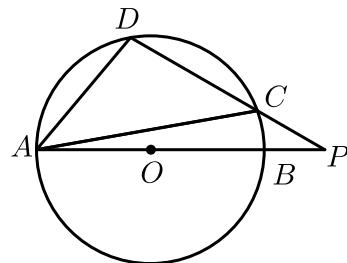


图 2

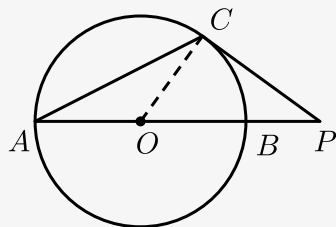
(1) 如图1, 过点 C 作 $\odot O$ 的切线, 与 AB 的延长线相交于点 P , 若 $\angle CAB = 27^\circ$, 求 $\angle P$ 的大小 .

(2) 如图2, D 为 $\widehat{AC}$ 上一点, 连接 DC 并延长, 与 AB 的延长线相交于点 P , 连接 AD , 若 $AD = CD$, $\angle P = 30^\circ$, 求 $\angle CAP$ 的大小 .

【答案】(1) 36° .

(2) 10° .

【解析】(1) 如图, 连接 OC .



$\because \odot O$ 与 PC 相切于点 C ,

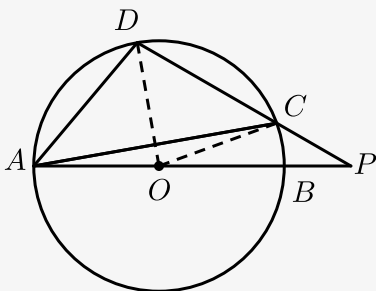
$\therefore OC \perp PC$, 即 $\angle OCP = 90^\circ$,

$\because \angle CAB = 27^\circ$, $\therefore \angle COB = 2\angle CAB = 54^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle OPC$ 中, $\angle P + \angle COP = 90^\circ$,

$\therefore \angle P = 90^\circ - \angle COP = 36^\circ$.

(2) 如图, 连接 OC , OD .



$\because AD = CD$, $\therefore \angle AOD = \angle COD$,

$\because OA = OD = OC$,

$\therefore \angle OAD = \angle ADO = \angle ODC = \angle DCO$,

$\because \angle P = 30^\circ$, $\therefore \angle PAD + \angle ADP = 150^\circ$,

$\therefore \angle DCO = 50^\circ$,

$\therefore \angle COP = \angle DCO - \angle P = 20^\circ$,

$\because \angle CAP = \frac{1}{2}\angle COP$, $\therefore \angle CAP = 10^\circ$.

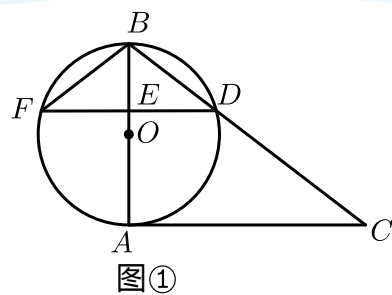
【标注】【知识点】切线的性质定理

【知识点】圆周角定理以及应用

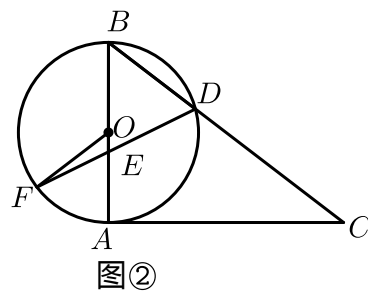
【能力】推理论证能力

3. 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, AC 是 $\odot O$ 的切线, $\angle ABC = 52^\circ$, BC 交 $\odot O$ 于点 D , E 是 AB 上一点, 延长 DE 交 $\odot O$ 于点 F .

(1) 如图①, 连接 BF , 求 $\angle C$ 和 $\angle DFB$ 的大小.



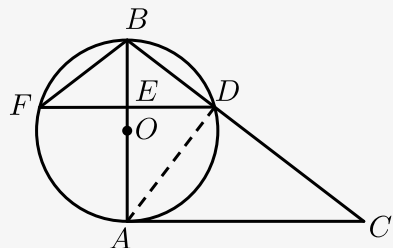
(2) 如图②, 当 $DB = DE$ 时, 求 $\angle OFD$ 的大小.



【答案】 (1) $38^\circ, 38^\circ$.

(2) 24° .

【解析】 (1) 连接 AD ,



$\because AC$ 是 $\odot O$ 切线, AB 是 $\odot O$ 直径,

$\therefore AB \perp AC$, 即 $\angle BAC = 90^\circ$,

$\because \angle ABC = 52^\circ$,

$\therefore \angle C = 90^\circ - \angle ABC$

$= 90^\circ - 52^\circ$

$= 38^\circ$,

$\because AB$ 是 $\odot O$ 直径,

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$,

$\therefore \angle DAB = 90^\circ - \angle ABC$

$= 90^\circ - 52^\circ$

$= 38^\circ$,

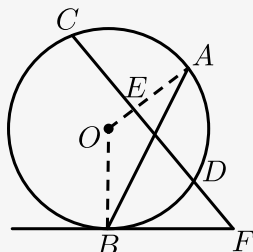
$\because \widehat{BD} = \widehat{BD}$,

$\therefore \angle DFB = \angle DAB = 38^\circ$,

【答案】(1) 65° .

(2) 107.5° .

【解析】(1) 如图①, 连接 OB , OA ,



图①

$\because BF$ 为 $\odot O$ 的切线,

$\therefore OB \perp BF$,

$\therefore \angle OBF = 90^\circ$,

$\because$ 点 A 为 $\widehat{CD}$ 的中点,

$\therefore OA \perp CD$,

$\therefore \angle OED = 90^\circ$,

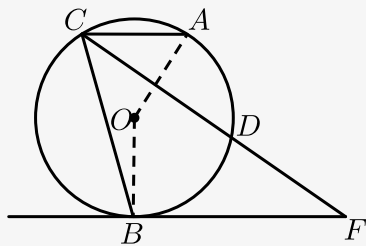
$\therefore \angle AOB = 180^\circ - \angle F = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$,

$\because OA = OB$,

$\therefore \angle OBA = \angle A = \frac{1}{2}(180^\circ - 130^\circ) = 25^\circ$,

$\therefore \angle ABF = 90^\circ - \angle OBA = 65^\circ$.

(2) 如图②, 连接 OB ,



图②

$\because BF$ 为 $\odot O$ 的切线,

$\therefore OB \perp BF$,

$\therefore \angle OBF = 90^\circ$,

由 (1) 方法可得到 $\angle AOB = 180^\circ - \angle F = 180^\circ - 35^\circ = 145^\circ$,

$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2}\angle AOB = 72.5^\circ$,

$\because AC \parallel BF$,

$\therefore \angle ACF = \angle F = 35^\circ$,

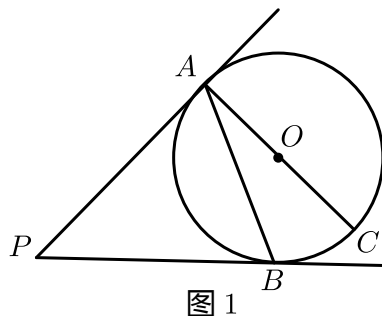
$\therefore \angle BCF = \angle ACB - \angle ACF = 72.5^\circ - 35^\circ = 37.5^\circ$,

$$\therefore \angle CBF = 180^\circ - \angle BCF - \angle F = 107.5^\circ .$$

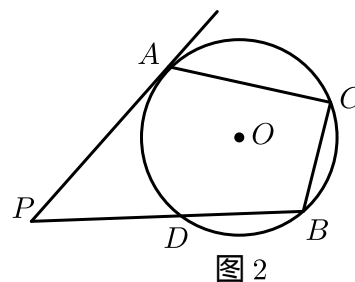
【标注】【知识点】圆周角定理以及应用

5. 已知 PA 与 $\odot O$ 相切于点 A ， B, C 是 $\odot O$ 上的两点．

(1) 如图1， PB 与 $\odot O$ 相切于点 B ， AC 是 $\odot O$ 的直径，若 $\angle BAC = 25^\circ$ ，求 $\angle P$ 得大小．



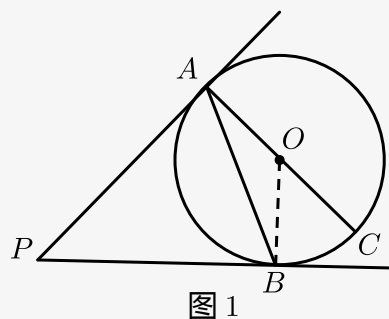
(2) 如图2， PB 与 $\odot O$ 相交于点 D ，且 $PD = DB$ ，若 $\angle ACB = 90^\circ$ ，求 $\angle P$ 得大小．



【答案】 (1) 50° .

(2) 45° .

【解析】 (1) 如图1，连接 OB .



$\because PA, PB$ 相切 $\odot O$ 于 A, B ,
 $\therefore PA = PB$, $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$,
 $\therefore \angle PAB = \angle PBA$,
 $\because \angle BAC = 25^\circ$,
 $\therefore \angle PBA = \angle PAB = 90^\circ - \angle BAC = 65^\circ$,

【答案】(1) $\angle P = 34^\circ$.

(2) $\angle P = 27^\circ$.

【解析】(1) 连接 OC ,

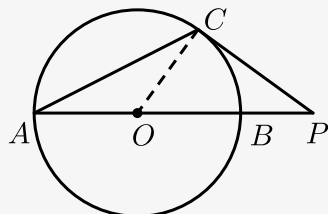


图 ①

$\because OA = OC$,

$\therefore \angle A = \angle OCA = 28^\circ$,

$\therefore \angle POC = 56^\circ$,

$\because CP$ 是 O 的切线,

$\therefore \angle OCP = 90^\circ$,

$\therefore \angle P = 34^\circ$.

(2) $\because AE = CE$, OD 为半径,

$\therefore OD \perp AC$,

$\therefore \angle CAB = 12^\circ$,

$\therefore \angle AOE = 78^\circ$,

$\therefore \angle DCA = 39^\circ$,

$\therefore \angle P = \angle DCA - \angle CAB$,

$\therefore \angle P = 27^\circ$.

【标注】【能力】运算能力

【知识点】切线的性质定理

【知识点】圆周角定理以及应用

【知识点】弧、弦、圆心角关系

二、未知角度求角度

7. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, PA 切 $\odot O$ 于 A , OP 交 $\odot O$ 于 C , 连接 BC .

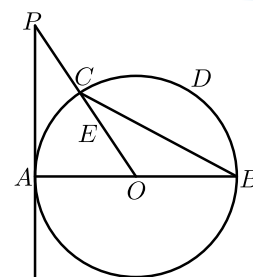


图 1

(1) 如图1 . 若 $\angle P = 20^\circ$, 求 $\angle BCO$ 的度数 .

(2) 如图2 , 过 A 作弦 $AD \perp OP$ 于 E , 连接 DC , 若 $OE = \frac{1}{2}CD$, 求 $\angle P$ 的度数 .

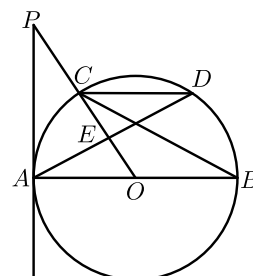


图 2

【答案】 (1) 35° .

(2) $\angle P = 30^\circ$.

【解析】 (1) $\because PO$ 切 $\odot O$ 于 A ,

$$\therefore \angle PAB = 90^\circ ,$$

$$\because \angle P = 20^\circ ,$$

$$\therefore \angle AOC = 90^\circ - \angle P = 70^\circ ,$$

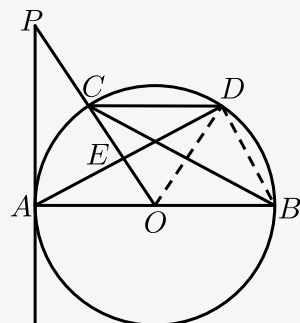
$\because$ 同弧所对的圆周角是圆心角的一半 ,

$$\therefore \angle B = \frac{1}{2} \angle AOC = 35^\circ ,$$

$$\because OB = OC ,$$

$$\therefore \angle B = \angle BCO = 35^\circ .$$

(2) 连接 DB , OD ,



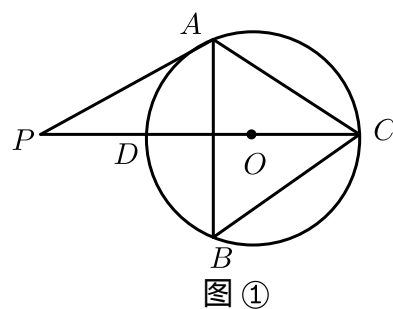
$\because$ 弦 $AD \perp OP$ 于 E ,

$$\therefore AE = ED , \widehat{AC} = \widehat{CD} ,$$

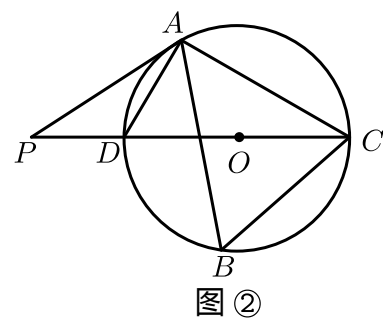
$\because AE = ED, OA = OB,$
 $\therefore OE = \frac{1}{2}DB,$
 又 $\because OE = \frac{1}{2}CD,$
 $\therefore CD = DB,$
 $\therefore \widehat{AC} = \widehat{CD} = \widehat{DB},$
 $\therefore \angle AOC = \angle COD = \angle BOD = 60^\circ,$
 $\because PA$ 为圆的切线,
 $\therefore \angle PAO = 90^\circ,$
 $\therefore \angle P = 30^\circ.$

【标注】【题型】题型：切线的性质

8. 已知 $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆，过点 A 作 $\odot O$ 的切线，与 CO 的延长线交于点 P ， CP 与 $\odot O$ 交于点 D 。
- (1) 如图①，若 $\triangle ABC$ 为等边三角形，求 $\angle P$ 的大小。



- (2) 如图②，连接 AD ，若 $PD = AD$ ，求 $\angle ABC$ 的大小。



【答案】 (1) 30° .

(2) 60° .

【解析】 (1) 连接 AO .

即 $\angle ADC = 60^\circ$.

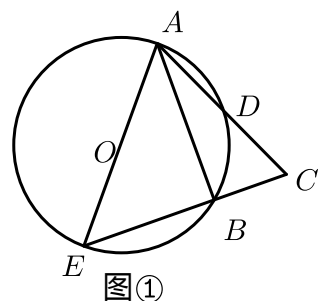
$\therefore \angle ABC = \angle ADC = 60^\circ$.

【标注】【知识点】切线的性质定理

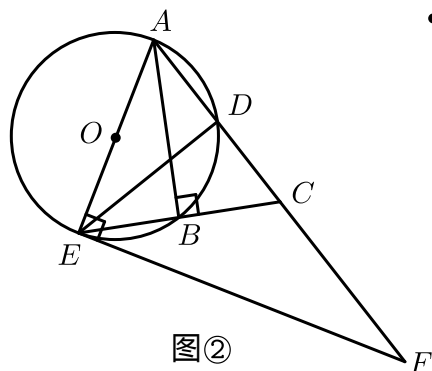
【能力】推理论证能力

9. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $BC \perp AB$. AB 是 $\odot O$ 的弦, AC 交 $\odot O$ 于点 D , 且 D 为 AC 的中点, 延长 CB 交 $\odot O$ 于点 E , 连接 AE .

(1) 如图①, 若 $\angle E = 50^\circ$, 求 $\angle EAC$ 的大小 .



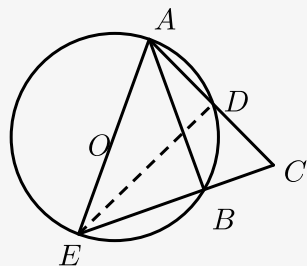
(2) 如图②, 过点 E 作 $\odot O$ 的切线, 交 AC 的延长线于点 F . 若 $CF = 2CD$, 求 $\angle CAB$ 的大小 .



【答案】 (1) 65° .

(2) 30° .

【解析】 (1) 连接 DE ,



$\because BC \perp AB$, 延长 CB 交 $\odot O$ 于点 E ,

$\therefore \angle ABE = 90^\circ$,

$\therefore AE$ 为 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ADE = 90^\circ$,

又 D 为 AC 的中点,

$\therefore DE$ 垂直平分 AC ,

$\therefore AE = CE$,

$\angle AED = \angle CED = \frac{1}{2} \angle AEC = \frac{1}{2} \times 50^\circ = 25^\circ$,

$\therefore \angle EAC = 90^\circ - \angle AED = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$.

(2) $\because EF$ 是 $\odot O$ 的切线,

又由 (1) 得 AE 为 $\odot O$ 的直径,

$\therefore EF \perp AE$,

$\therefore \angle AEF = 90^\circ$,

$\because D$ 为 AC 的中点,

$\therefore AC = 2CD$,

$\because CF = 2CD$,

$\therefore AC = CF$,

$\therefore CE = \frac{1}{2} AF = AC$.

又由 (1) 得 $AE = CE$,

$\therefore AE = CE = AC$,

$\therefore \triangle ACE$ 是等边三角形,

$\therefore \angle EAC = 60^\circ$,

又 $BC \perp AB$,

$\therefore \angle CAB = \frac{1}{2} \angle EAC = 30^\circ$.

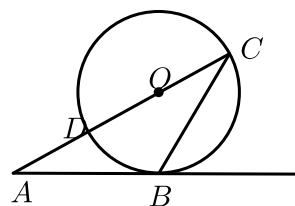
【标注】【知识点】切线的性质定理

【知识点】圆周角定理以及应用

【能力】推理论证能力

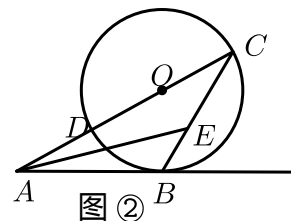
10. 从 $\odot O$ 外一点 A 引 $\odot O$ 的切线 AB , 切点为 B , 连接 AO 并延长交 $\odot O$ 于点 C 、点 D , 连接 BC .

(1) 如图①, 若 $\angle A = 26^\circ$, 求 $\angle C$ 的度数.



图①

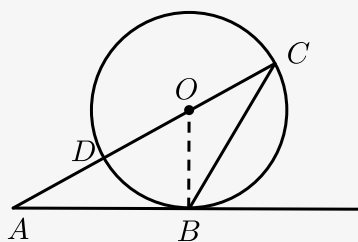
(2) 如图②, 若 AE 平分 $\angle BAC$, 交 BC 于点 E , 求 $\angle AEB$ 的度数.



【答案】(1) 32° .

(2) 45° .

【解析】(1) 如图, 连接 OB ,



$\because AB$ 为 $\odot O$ 的切线 ,

$$\therefore \angle ABO = 90^\circ ,$$

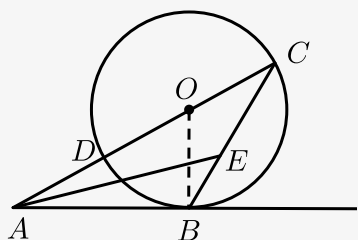
$$\because \angle A = 26^\circ ,$$

$$\therefore \angle AOB = 64^\circ ,$$

$$\because OB = OC ,$$

$$\therefore \angle C = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times 64^\circ = 32^\circ .$$

(2) 如图, 连接 OB ,



$\because AB$ 为 $\odot O$ 的切线 ,

$$\therefore \angle ABO = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle AOB + \angle OAB = 90^\circ ,$$

$\because AE$ 平分 $\angle BAC$,

$$\therefore \angle EAC = \frac{1}{2} \angle CAB ,$$

$$\because OB = OC ,$$

$$\therefore \angle C = \frac{1}{2} \angle AOB ,$$

$\because \angle AEB$ 是 $\triangle ACE$ 的外角 ,

$$\therefore \angle AEB = \angle C + \angle EAC = \frac{1}{2} (\angle AOB + \angle OAB) ,$$

$$\therefore \angle AEB = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ .$$

【标注】【知识点】切线的性质定理

【知识点】正多边形与圆

【知识点】圆与特殊角

【能力】运算能力